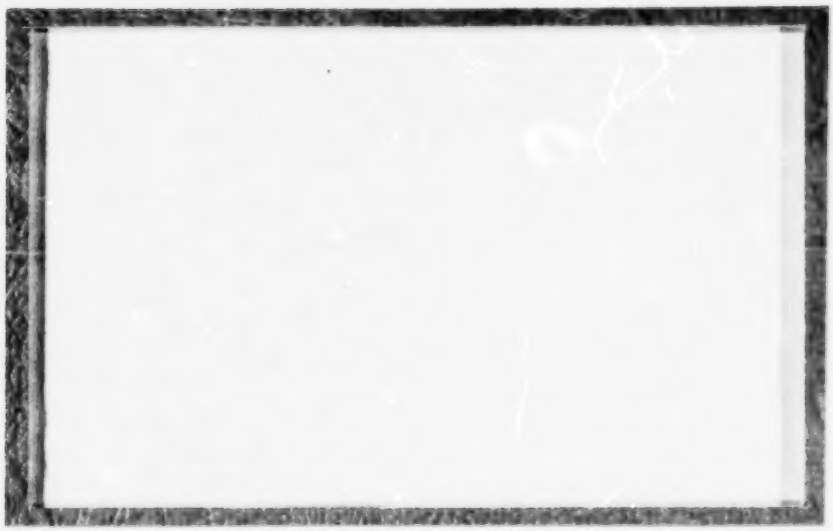
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL



CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

CASE POSTALE 6128, SUCCURSALE A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

ÉTABLISSEMENT DES HORAIRES INDIVIDUELS DES PILOTES D'AVION

par

T. Ehouan* et B.T. Smith*

* Département de mathématiques appliquées
Ecole Polytechnique de Montréal

Ce rapport a été publié grâce à une subvention du fonds F.C.A.C. pour l'aide et le soutien à la recherche.

Université de Montréal

Centre de recherche sur les transports - Publication #380
Département de mathématiques appliquées, Ecole Polytechnique - EPM/RT-84-1

Juillet 1984

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite des auteurs.

Dépôt légal - 1er trimestre 1985

TABLE DES MATIERES

	Sommaire	1
	Introduction	3
Partie I:	Modèles et méthodes antérieures	5
Partie II:	Modèle et méthode proposés	27
Partie III:	Expérimentation	44
	Conclusion	61
	Bibliographie	63

SOMMAIRE

Le problème des horaires des pilotes d'avion (capitaines, premiers officiers) est, comme beaucoup de problèmes du monde réel, extrêmement complexe dû surtout au fait que la taille du problème est très grand et que les contraintes sont nombreuses. En plus, le problème est foncièrement combinatoire, ce qui rend les diverses contraintes difficiles à modéliser.

L'approche habituelle dans de telles circonstances est la décomposition du problème en sous-problèmes de taille et de complexité plus maniables, en espérant que la résolution exacte des sous-problèmes et leur recomposition fourniront une solution satisfaisante du problème original.

Ainsi, nous proposons un algorithme heuristique basé sur la technique d'affectation séquentielle "jour par jour" et qui utilise la méthode "Out-of-Kilter" (algorithme des arcs non-conforme) pour résoudre à chaque jour le sous-problème d'affectation.

Ces horaires journaliers sont ensuite regroupés bout-à bout pour former l'horaire mensuel cherché. On tient compte des contraintes liant les sous-problèmes explicitement et dans les coûts du problème d'affectation. Ces coûts sont des fonctions des poids de pénalité attachés à l'ancieneté, aux préférences et au temps de vol cumulé des pilotes. La présence des préférences signifie que c'est un problème dont l'aspect multi-critère est absorbé dans la fonction-objectif.

L'algorithme est testé sur des données provenant d'Air Canada. Le listage du test, ainsi que celui du programme, sont disponibles sur demande aux auteurs.

INTRODUCTION

Le volume croissant du trafic aérien et la concurrence accrue motivent les compagnies aériennes à augmenter l'efficacité de leur système automatisé de gestion. Parmi les processus développés dans ces systèmes, la construction de l'horaire des pilotes mérite de plus en plus l'attention. Les compagnies aériennes doivent s'assurer que, pour chaque vol légal prévu, il y a un équipage disponible pour l'effectuer. Le problème se décompose ainsi en deux phases principales: la construction des rotations d'avion à partir des segments de vol et la construction des horaires individuels des pilotes à partir des rotations. En général, les compagnies aériennes ont mis au point des systèmes automatisés qui réalisent la première phase. Quant à la deuxième, en général elle s'accomplit manuellement. Quelques méthodes, élaborées et mises en pratique, donnent des résultats parfois insatisfaisants en raison de la nature multicritère du problème. C'est à cette deuxième phase que nous nous attaquons dans cette étude.

Le problème posé revient à affecter les rotations aux pilotes de telle sorte que toutes les rotations prévues soient effectuées à chaque jour du mois considéré. La méthode de solution que nous proposons traite le problème en deux étapes: affectations quotidiennes des rotations aux pilotes et le regroupement de celles-ci pour constituer l'horaire mensuel de chaque pilote. La fonction-objectif du problème d'affectation est une fonction de performance avec une structure de coût qui essaie de satisfaire, au mieux, les intérêts de la compagnie et des pilotes.

Nous présentons d'abord les méthodes antérieures. La deuxième partie décrit le modèle proposé. La troisième partie présente la mise en pratique du modèle proposé sur un cas réel ainsi que l'analyse des résultats. On conclut finalement par une analyse de la performance du modèle.

PARTIE I: MODELES ET METHODES ANTERIEURS

1.1 DEFINITION DU PROBLEME

Nous présentons d'abord les éléments ou termes qui définissent le problème et qui se retrouvent, par conséquent, dans la formulation. Ensuite le problème sera posé.

1.1.1 Définitions

a) *Equipage:* pilote (capitaine) et le co-pilote (1er officier).

b) *Segment de vol (vol simple):* vol sans escale d'une ville à une autre en un jour et une heure donnés.

c) *Base d'opération:* ville de résidence de l'équipage. On dit aussi domicile.

d) *Rotation (d'avion):* suite de vols qui commencent et se terminent à la base d'opération et qui respectent dûment les réglementations syndicales et de sécurité. Chaque rotation est caractérisée, entre autres, par le temps de vol crédité, la durée de service.

e) *Temps de vol:* somme des heures comprises entre le départ et l'arrivée de tous les vols composant une rotation.

f) *Durée du service:* nombre d'heures entre le début de la période de préparation du premier vol et la fin du compte rendu du dernier vol de la rotation. Ici nous allons considérer la durée de service en jour.

g) *Bloc:* suite des rotations étalées dans le temps qui constituent l'horaire individuel mensuel de chaque pilote.

1.1.2 Le problème

La construction des horaires individuels des pilotes d'avion est un problème combinatoire qui consiste à assigner par période les activités planifiées (rotations, vacances annuelles et entraînement). Les contraintes imposées sont définies par les réglementations de sécurité, du syndicat et les politiques internes de chaque compagnie aérienne. L'objectif visé est d'assigner, autant que possible, la totalité des activités tout en minimisant les dépenses encourues. On cherche à maintenir, d'une part, le nombre de rotations non-assignées le plus petit possible de façon à réduire le nombre de pilotes travaillant moins que le nombre d'heures garanties par le salaire minimum. D'autre part, on doit éviter la répétition des rotations dans le but de maintenir adéquate la qualité de vie des pilotes. La résolution de ce problème se fait en deux phases:

1) La construction des rotations à partir des segments de vol.
2) Le regroupement des rotations d'avion pour former des blocs qui sont, ensuite, affectés aux pilotes individuellement.

En ce qui concerne la première phase, les principales méthodes de base élaborées ont été présentées par J.P. Arabeyre et al. (2). Récemment, la compagnie Federal Express a élaboré une méthode heuristique basée sur la technique de recouvrement d'ensembles (3), (4). Quant à la deuxième phase, qui nous occupe ici, quelques méthodes de résolution, taillées sur mesure selon les particularités des compagnies, ont été développées ça et

là. Nous en présentons quelques unes qui sont disponibles dans la littérature.

1.2 FORMULATION DES MODELES DU PROBLEME

La formulation du problème doit tenir compte des caractéristiques des deux types de ressources requises:

- Les pilotes: leurs qualifications, leurs affectations antérieures, leurs préférences par rapport aux rotations et leur disponibilité.
- Les rotations: le temps de vol crédité, la durée du service, leur désirabilité et le temps minimum de repos entre deux rotations consécutives.

Pour atteindre l'objectif visé, le problème posé est formulé de deux façons:

- Formulation comme un problème d'affectation auquel on pourrait appliquer une méthode appropriée de programmation linéaire en nombres entiers.
- Formulation sous la forme d'un problème de réseau qui peut utiliser une des méthodes efficaces connues en théorie des graphes et réseaux pour la résolution.

1.2.1 Formulation mathématique

Le problème est défini comme un problème classique d'affectation. Il s'agit d'affecter n activités (rotations) à m employés (pilotes) de telle sorte qu'une activité est assignée, à la fois, à un et un seul pilote. L'affectation de l'activité i au pilote j coûte C_{ij}. Alors le problème s'énonce comme suit:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C_{ij} X_{ij}$$

s.$\bar{a}$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} \leqslant 1 \qquad j = 1, \ldots, m \qquad (1.1)$$

(P1)

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = A_i \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (1.2)$$

avec

$$Xij = \begin{cases} 1 & \text{si la rotation i est assignée au pilote j} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La contrainte (1.1) spécifie que chaque pilote doit être affecté, au plus, à une rotation à la fois. La contrainte (1.2) spécifie que chaque rotation nécessite, exactement, A_i pilotes. Par exemple, sur le réseau DC-9, $A_i = 1$ quelle que soit la catégorie des pilotes (capitaines, 1er officier). Cette formulation peut être légèrement modifiée pour obtenir un problème de recouvrement d'ensembles pour lequel existent des algorithmes plus ou moins efficaces mais très coûteux en temps d'exécution.

1.2.2 Formulation sous la forme d'un problème de réseau

L'analyse du problème tel que formulé précédemment révèle qu'il possède une structure spéciale qui peut être exploitée par une formulation adéquate sous la forme d'un problème de réseau. Cela revient à associer à ce problème un graphe $G = (X,A)$ (fig. 1). L'ensemble X des sommets comporte deux ensembles de noeuds: le premier représente le sous-ensemble des pilotes disponibles et le deuxième le sous-ensemble des rotations à assigner. A est l'ensemble des arcs entre les noeuds-pilotes et les noeuds-rotations. Chaque arc (i,j) représente la possibilité que le pilote j effectue la rotation i. On suppose que chaque pilote disponible est qualifié à effectuer toutes les rotations. Ainsi chaque arc (i,j) porte un coût C_{ij} et un flot X_{ij} égal à 1 ou 0 selon que le pilote est ou non assigné à la rotation i. Pour traduire les contraintes imposées aux pilotes et aux rotations, on ajoute une super-source et un super-puits. Chaque noeud-pilote est relié au puits par un arc dont le flot est contraint à varier entre 0 et 1 pour assurer qu'au plus une rotation est assignée à un pilote à la fois. Chaque noeud-rotation est reliée à la source par un arc dont le flot est égal au nombre de pilotes (A_i) qui doivent effectuer cette rotation.

Le problème posé devient un problème de flot à coût minimum dans un réseau dont on connaît des algorithmes efficaces de résolution tels l'algorithme Out-of-Kilter de Ford & Fulkerson et l'algorithme du simplexe adapté au réseau qui sont des méthodes exactes.

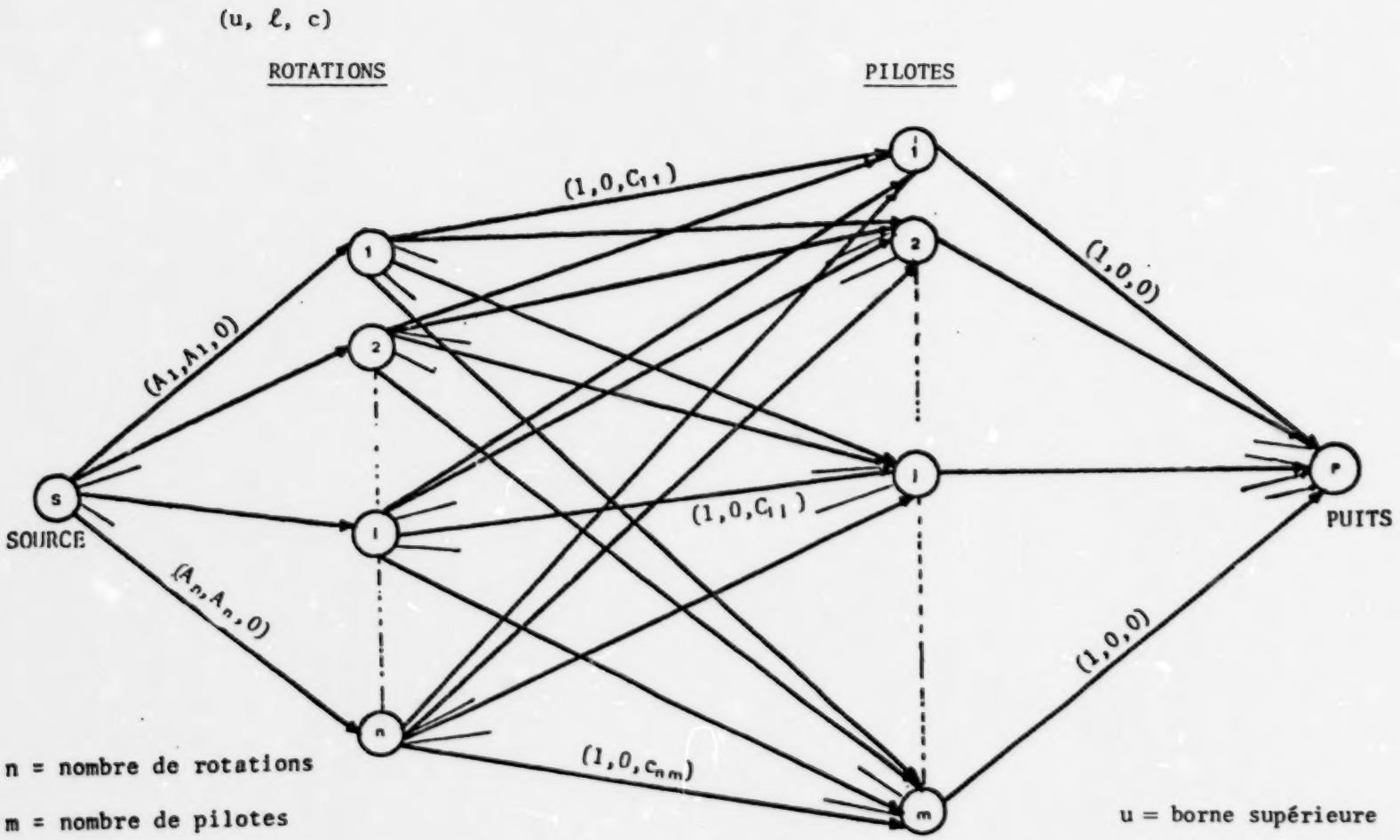


FIGURE 1 - Réseau du problème d'affectation

Quelle que soit la formulation du problème, les méthodes utilisées sont basées sur deux types de stratégies que nous présentons maintenant.

1.3 STRATEGIES DE RESOLUTION

Les deux approches de base utilisées sont:

1) l'affectation "membre par membre" (Crew member by crew member assignment). Le membre, ici, est le pilote.
2) l'affectation "jour par jour" (Day by day assignment).

1.3.1 Affectation "pilote par pilote"

Cette technique consiste à construire les blocs des pilotes les uns après les autres. Les pilotes sont ordonnés selon des critères qui sont basés sur leur ancienneté, leur performance ou leurs qualifications à effectuer les rotations, etc. Cette technique suit la procédure suivante:

1) Choisir un pilote disponible de la liste des pilotes. Selon le critère choisi, il pourrait être le plus ancien ou celui qui est apte d'après ses qualifications à effectuer le plus petit nombre de rotations (critère utilisé à Air France).

2) Assigner successivement au pilote sélectionné des rotations non-assignées de façon à satisfaire les contraintes.
3) Eliminer ce pilote de la liste et considérer les rotations contenues dans son bloc comme définitivement assignées.
4) Aller à l'étape 1.

L'inconvénient de cette technique est qu'elle rend difficile la construction de blocs réalisables pour les pilotes qui sont en bas de la liste. Car à chaque fois qu'on construit le bloc d'un pilote, il reste de moins en moins de rotations. Il apparaît nécessaire d'introduire des méthodes heuristiques d'amélioration marginale pour pallier à cet inconvénient.

1.3.2 Affectation "jour par jour"

Cette technique, la plus utilisée, consiste à construire les blocs de tous les pilotes au jour le jour. Cela revient à affecter toutes les rotations qui partent en un jour fixe aux pilotes disponibles, du premier jour au dernier jour du mois considéré. Les étapes de cette procédure sont:

1) Sélectionner toutes les rotations ou autres activités à effectuer qui débutent le permier jour du mois.
2) Assigner ces rotations et activités aux pilotes disponibles de façon à satisfaire les contraintes et l'objectif autant que possible.

3) Sélectionner les rotations et activités débutant au prochain jour.

4) Aller à l'étape 2.

Cette technique séquentielle peut présenter, dépendamment de l'objectif fixé à chaque jour, l'inconvénient de ne pas tenir compte des imprévus des jours suivants. Il peut paraître important lorsqu'il s'agit d'un mois de travail qui comporte des jours de pointe. Pour remédier à cette situation, certaines méthodes de résolution (15) utilisent une fonction objectif de pénalisation basée sur les heures de vol créditées des rotations affectées aux pilotes.

La mise en pratique d'un modèle nécessite une méthode de résolution efficace. La totalité des algorithmes développés sont basés sur les deux modèles décrits et utilisent l'une ou l'autre stratégie de résolution. Ce sont des méthodes heuristiques dont le problème d'affectation constitue un sous-problème. Nous allons présenter maintenant quelques unes de ces méthodes.

1.4 LES PRINCIPALES METHODES HEURISTIQUES

Les méthodes élaborées ne sont pas générales, elles sont plutôt spécifiques à chaque compagnie aérienne. Les compagnies européennes, par exemple, en plus de l'objectif économique (réduction des heures supplémentaires et du nombre de pilotes bénéficiant de la clause du salaire minimum garanti), essaient de distribuer uniformément la quantité de travail entre les pilotes. Les compagnies nord-américaines

vont, par contre, affecter en général, les meilleurs blocs aux pilotes les plus anciens. La majorité des méthodes utilisent la technique d'affectation "jour par jour" et des structures complexes de coût. Le sous-problème d'affectation est résolu par des algorithmes heuristiques ou des méthodes exactes de réseaux. Les algorithmes de programmation dynamique et de programmation linéaire en nombres entiers (i.e. séparation et évaluation progressive) sont écartés à cause de la durée d'exécution étant donné la taille des problèmes.

1.4.1 La méthode d'Air France (1)

La méthode développée, CADET, a été appliquée à la construction des blocs des pilotes du réseau des lignes intérieures (Short-Haul Cockpit Crew Members). L'objectif visé est double:

- Affecter autant que possible toutes les activités prévues (rotations et activités de réserves). Les rotations non-affectées doivent être de courte durée.
- Distribuer uniformément la charge de travail entre les pilotes.

Le modèle est formulé comme un problème de réseau dont le graphe est présenté à la figure 2. Le graphe comporte deux types de noeuds: les noeuds-pilotes P_i et les noeuds-activités R_i (rotations et réserve). Il y a un arc entre les activités si elles sont compatibles (i.e. elles ne se chevauchent pas) et un arc entre les activités et les pilotes si ceux-ci sont qualifiés pour effectuer ce rotations. Les noeuds sont arrangés

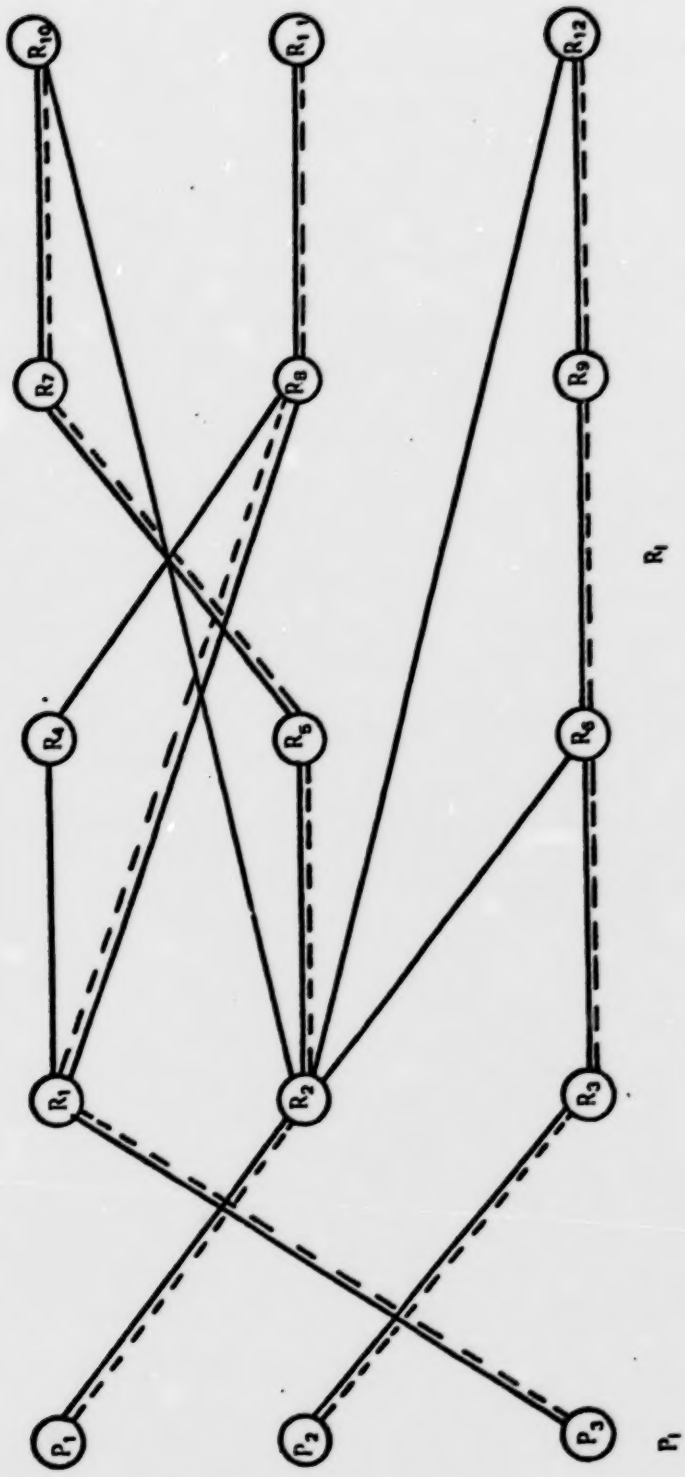


FIGURE 2 - Graphe associé au problème

par période. Les arcs ne sont pas orientés. Une solution du problème est formée de l'ensemble de chaînes, couvrant toutes les périodes et reliant les noeuds-activités et le noeuds-pilotes, qui respectent les contraintes.

La méthode de résolution, CADET, est une méthode heuristique qui utilise les deux stratégies d'affectations décrites.

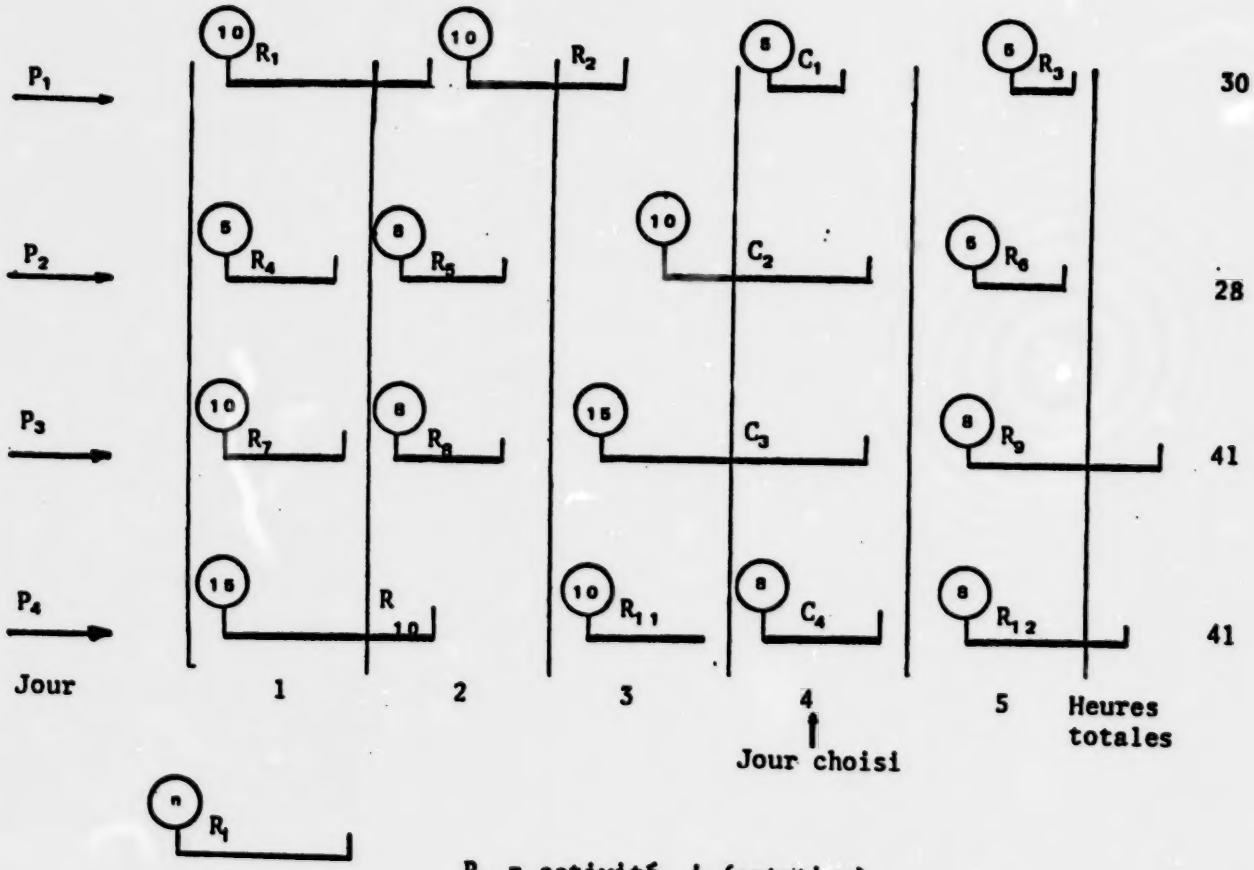
- PHASE 1

A partir des données sur les rotations et les activités, CADET utilise la technique d'affectation "pilote par pilote" pour construire des blocs satisfaisant aux contraintes de réglementation pour atteindre ainsi le premier objectif. On évalue l'habileté de chaque pilote à effectuer chaque activité selon un critère de pondération de trois facteurs composant chaque activité (durée des activités déjà affectées, durée des activités à assigner et la distribution des activités). Les pilotes sont classés en ordre croissant de leur pondération de telle sorte que le premier pilote sur la liste est celui qui peut effectuer le plus petit nombre possible d'activités.

- PHASE 2

CADET applique la technique d'affectation "jour par jour" aux blocs obtenus en phase 1 et les activités non-assignées afin d'atteindre le deuxième objectif du problème. Cette affectation se fait en assurant que les rotations déjà assignées le demeurent. Les blocs engendrés constituent l'horaire final individuel de chaque pilote. Le tableau 1 montre

TABLEAU 1 - Blocs de quatre pilotes obtenus selon l'affectation "pilote par pilote"



R_i = activité i (rotation)

n = durée en heures de vol de R_i

l'horaire de cinq jours du bloc mensuel obtenu en phase 1 pour quatre pilotes P_1, P_2, P_3, P_4 et qui comprend les activités R_i ($i = 1, \ldots, 12$) et C_i ($i = 1, \ldots, 4$). Les activités C_i sont les activités du 4e jour qui doivent être réaffectées afin d'uniformiser la charge du travail. Cette deuxième phase utilise l'algorithme de Tabourier (18) pour trouver la réaffectation optimale quotidienne. On définit $C(P_{ij})$ comme le coût de réassigner l'activité C_i ($i = 1, \ldots, 4$) au pilote P_j auquel a été affecté l'ensemble des activités E_j ($j = 1, \ldots, 4$) où P_{ij} est le nouvel horaire. Par exemple:

$$E_1 = \{ R_1, R_2, R_3 \} \quad , \quad E_2 = \{ R_4, R_5, R_6 \} \ \ldots$$

$$C(P_{ij}) = \begin{cases} |F_{ij} - F| & \text{si } P_{ij} \text{ satisfait aux contraintes de réglementation} \\ \infty & \text{sinon} \end{cases}$$

où

F_{ij} = nombre d'heures de vol de l'horaire P_{ij}

F = nombre d'heures de vol moyen prévu ($F = 35$ h dans l'exemple).

Le problème posé est de trouver l'ensemble d'horaire P_{ij} couvrant une et une seule fois chaque C_i et chaque E_j et qui minimise le coût total. Soit:

$$\text{Min } Z = \sum_{i,j} C(P_{ij}) X_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = 1 , \quad j = 1, \ldots, n \qquad m = |C_i|$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1 , \quad i = 1, \ldots, m \qquad n = |E_j|$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si l'activité } C_i \text{ est réassignée à l'horaire } E_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La matrice des coûts $C(P_{ij})$ du problème précédent est donnée au tableau 2. Par exemple, si l'on affecte C_1 à E_3, l'horaire P_{13} qui en résulte aura pour durée 10 + 8 + 5 + 8 = 31 heures. Donc $C(P_{13}) = |31 - 35| = 4$.

TABLEAU 2 - Matrice des coûts du problème d'affectation au 4e jour

Solution initiale
$\{P_{11}, P_{22}, P_{33}, P_{44}\}$
Coût: 24

Solution optimale (*)
$\{P_{21}, P_{32}, P_{43}, P_{14}\}$
Coût: 6

$C(P_{ij})$	E_1	E_2	E_3	E_4
C_1	5	12	4	3*
C_2	0*	7	1	∞
C_3	∞	2*	6	∞
C_4	2	9	1*	6

La solution optimale obtenue est l'ensemble $\{P_{21}, P_{32}, P_{43}, P_{14}\}$ au coût de 6 qui représente une réduction totale de la dispersion autour de la moyenne de 18.

L'exécution de cette méthode heuristique sur l'ordinateur IBM 370/168 a pris 3 à 4 secondes par pilote. Elle est en opération depuis 1979.

1.4.2 Les méthodes de Swissair (12), (20)

Le problème est défini comme un problème d'affectation. L'objectif est de parvenir à distribuer, de façon uniforme, la quantité totale de travail des rotations aux pilotes sur l'horizon d'un an. Le modèle tient compte de l'affectation antérieure de chaque pilote. La quantité de travail est déterminée par des poids attachés aux différentes facteurs qui caractérisent une rotation. On utilise la notion d'ensembles de tâches mutuellement exclusifs (Set of Mutually Exclusive Tasks, SMET). Le SMET est défini comme un ensemble de N tâches comportant q activités qui doivent être réparties parmi M personnes ($M \geqslant q$) de sorte qu'au plus une activité ne soit permise par personne. Pour atteindre l'objectif visé, le modèle (12) minimise la somme des variances des quantités individuelles de travail sur l'horizon donné.

La méthode de résolution suit la technique d'affectation séquentielle et peut utiliser pour résoudre le sous-problème d'affectation quotidien les méthodes exactes (la méthode hongroise et Out-of-Kilter) ou l'algorithme d'affectation de Tabourier (18).

La stratégie de formulation de ce modèle a été utilisée pour améliorer une méthode heuristique approuvée et mise en pratique dans le cadre d'un projet antérieur (19), ce qui a donné une procédure automatique en application depuis 1978. Cette nouvelle méthode (20) utilise une autre définition du SMET et comporte deux méthodes d'améliorations. Le SMET est défini comme l'ensemble de toutes les rotations qui débutent le jour i et les rotations débutées les jours antérieurs à i (i - k, k = 1, 2, - ..., i - 1) mais qui recouvrent le jour i. On utilise la technique "Rolling Schedule" (21) qui consiste à affecter au jour le jour les rotations en gardant fixes toutes les rotations déjà affectées finissant au jour considéré. Ensuite, on peut utiliser la méthode Out-of-Kilter ou encore une technique appelée PRECLUSION pour améliorer la solution du "Rolling Schedule". PRECLUSION consiste à voir si pour un jour i fixe, des rotations débutant aux jours postérieurs à i (i + 1, i + 2, ...) ne pourraient pas être automatiquement affectées à des pilotes. Cet algorithme a été appliqué sur le problème des horaires des pilotes du réseau DC-9 (200 capitaines, 180 premiers officiers et 600 rotations). Le langage PL-1 de IBM est utilisé pour créer et résoudre le problème d'affectation sur l'ordinateur IBM 370/168 avec un temps d'exécution jugé raisonnable.

1.4.3 Méthodes de Lufthansa (5)

La formulation du modèle est similaire à celle du modèle de Swissair (12). L'objectif visé est de distribuer uniformément la charge de travail sur l'horizon d'un mois en utilisant deux facteurs caracté-

risant les rotations: nombre d'heures de vol et le nombre de jours de congé. Le coût C_{ij} représente la somme des écarts pondérés autour des moyennes des quantités cumulées des deux facteurs si le pilote j est affecté à la rotation i.

Ce modèle préconise la stratégie de résolution "jour par jour". La matrice de coût C est, en fait, une matrice d'efficacité qui se calcule à chaque jour.

Quatre méthodes de résolution, dont deux exactes (méthode hongroise de Monkres et Silver et Out-of-Kilter) et deux heuristiques, ont été appliquées au modèle dans le cadre d'une étude comparative afin de mesurer la performance de chacune d'elles. La méthode hongroise de Monkres et Silver permet de résoudre des problèmes d'affectation dont la matrice de coût est rectangulaire. Deux critères d'évaluation retenus sont: le temps d'exécution et le nombre d'heures supplémentaires. La méthode hongroise de Monkres et Silver s'est avérée la meilleure.

1.4.4 Méthodes de Alitalia

1.4.4.1 Méthode de Nicoletti (15)

Le problème est formulé comme un problème de flot à coût minimum dans un réseau tel que présenté à la figure 1. L'objectif visé est de distribuer, de façon uniforme, la quantité de travail nécessaire en utilisant certains facteurs que comporte chaque rotation (heures de vol, vol de nuit ou de jour, nombre d'aéroports visités, jour normal ou week-end, ...). La stratégie de résolution suit la technique "jour par jour". Les éléments de la matrice de coût représentent plutôt la pénalité

d'affecter un pilote j à une rotation i. Le coût C_{ij} se calcule en déterminant la quantité de chaque facteur de la rotation i qui reviendrait à un pilote j si la rotation i lui est assignée. Cela revient à calculer, pour chaque facteur, la différence entre la quantité cumulée par le pilote j et la quantité quota prévue de ce facteur et cela pour chaque rotation j. La base de ce calcul est montrée à la figure 3.

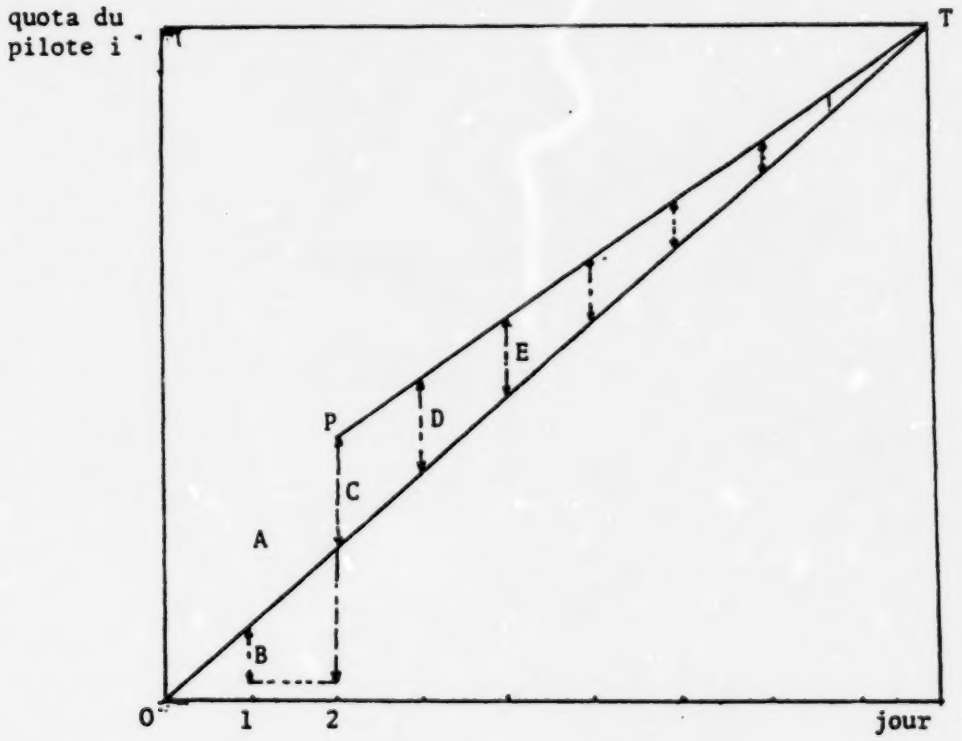


FIGURE 3 - Calcul de coûts d'affectation

On a en abcisse, les jours du mois et en ordonnée le quota d'un certain facteur r. La ligne OT représente le quota cumulatif du facteur r. La ligne PT représente la quantité cumulative du facteur r du pilote j si la rotation i lui est assignée au deuxième jour, dû à son affectation du premier jour. La contribution du facteur r au coût C_{ij} est donnée par la somme des carrés des différences successives $(C + D + E + \ldots)$. Le coût C_{ij} est la somme des contributions de tous les facteurs retenus. Ainsi, cette technique de calcul des coûts tient compte de l'effet des affectations antérieures et ultérieures.

Cette méthode heuristique utilise la méthode Out-of-Kilter pour résoudre le sous-problème d'affectation quotidienne. Elle a été appliquée en novembre 1972 pour établir l'horaire de 103 hôtesses du réseau DC-9. Le temps d'exécution, pour toutes les opérations (données et résultats), a été de 3m.n45 sur l'ordinateur IBM 360/65.

1.4.4.2 Méthode Marchettini (11)

C'est un modèle d'affectation qui essaie de tenir compte des préférences des pilotes pour les rotations. La méthode de résolution qui suit la technique d'affectation "jour par jour", utilise une procédure heuristique pour résoudre le sous-problème d'affectation quotidien. A chaque jour, on affecte les pilotes disponibles aux rotations qui commencent ce jour. A chaque rotation est attribué un poids égal à la combinaison linéaire des nombres d'heures de vol et de jours de service. Pour chaque pilote disponible à un jour fixe, on calcule un poids égal à la somme de la combinaison linéaire des heures de vol et des jours de service cumulés

et d'une quantité représentant la préférence. La procédure d'affectation utilisée affecte alors la rotation ayant le plus grand poids au pilote ayant le plus petit poids, et ainsi de suite. Cette méthode entièrement heuristique est utilisée depuis 1979 pour constituer l'horaire de 230 pilotes du réseau de lignes intérieures. La durée d'exécution est de 0,5 seconde sur l'ordinateur IBM 3033 par pilote.

1.4.5 Méthode de El Al (13)

L'expression mathématique du modèle est celle du problème P1 avec $A_i = 1$. L'objectif étant de distribuer uniformément la quantité de travail fournie par les rotations, la fonction-objectif est une fonction de performance dont les éléments de coût sont fonction des quantités des heures de vols et des jours de service et de plusieurs autres facteurs qui peuvent caractériser chaque rotation. L'approche de résolution est celle du "jour par jour" sauf qu'on considère à chaque jour k, les rotations qui débutent ce jour k et le jour suivant $k + 1$. Ainsi la procédure commence, pour un mois donné, à affecter toutes les rotations qui débutent les premier et second jours. La solution du premier jour est stockée et le processus reprend avec les rotations débutant les second et troisième jours, et ainsi de suite. Le sous-problème d'affectation quotidien est résolu par la méthode hongroise.

Cet algorithme a été mis en pratique pour établir l'horaire de 13 catégories de membres d'équipage. Il est exécuté en mode interactif avec 30 programmes écrits en FORTRAN et COBOL sur l'ordinateur IBM 3031

et IBM 370/145. La durée d'exécution, dans les deux cas, varie exponentiellement avec la taille du nombre de membres d'équipage et de leur catégorie respective.

1.4.6 Autres méthodes

La méthode de CP Air est une méthode interactive (14) qui essaie de tenir compte de l'ancienneté des pilotes et de leurs préférences pour les rotations. Les préférences sont portées sur cinq facteurs caractérisant les rotations. Cette méthode a été mise en pratique pour établir l'horaire des pilotes des réseaux 737 et DC-8. Les résultats étaient satisfaisants dans un cas et inacceptables dans l'autre, ce qui a entraîné son rejet.

Tout récemment, "Selective Bidding Corporation" de New York a proposé une méthode qui ressemble étrangement au modèle de CP Air.

1.5 CONCLUSION

La constitution des horaires des pilotes à partir des rotations est un problème multicritère et combinatoire qui se formule comme un problème classique d'affectation sous la forme d'un programme mathématique ou encore sous la forme d'un problème de réseaux. Les méthodes de résolution développées sont propres à chaque compagnie aérienne étant donné que chacune a ses problèmes et ses règles particuliers à cause de son environnement socio-économique. C'est précisément à ce titre que nous proposons, dans ce qui suit, une méthode qui s'applique au réseau DC-9 d'Air Canada en espérant qu'elle pourra s'adapter à d'autres compagnies.

PARTIE II: MODELE ET METHODE PROPOSES

2.1 INTRODUCTION

La constitution des horaires des pilotes dépend essentiellement des rotations établies. C'est un problème d'affectation qui doit satisfaire les contraintes définies et favoriser une bonne utilisation des pilotes par rapport aux attentes de ceux-ci et des compagnies. Cela suggère la mise en place d'un processus opérationnel qui exige, au préalable, la création d'un modèle utilisant, pour sa résolution, une méthode efficace, car la complexité du modèle et les coûts de programmation sur ordinateur peuvent être de nouveaux obstacles à son utilisation.

Ainsi adoptons-nous pour le problème le modèle de flot à coût minimum linéaire dans un réseau. La structure de coût est basée sur la pondération de trois facteurs: l'ancienneté, les préférences et les heures de vol cumulatives des pilotes. La méthode de résolution, basée sur la technique d'affectation "jour par jour", utilise l'algorithme Out-of-Kilter (algorithme des arcs non-conformes) pour résoudre le sous-problème d'affectation.

2.2 LE MODELE

2.2.1 Formulation mathématique

L'expression mathématique est celle du problème (P1). Il s'agit d'affecter N rotations à M pilotes de façon qu'un pilote i soit, à la fois, assigné au plus à une seule rotation j et qu'une rotation j soit assignée exactement à un seul pilote i avec un coût C_{ij}.

Tous les pilotes sont qualifiés à effectuer toutes les rotations établies.

Toutes les rotations prévues à l'horaire en un jour fixe doivent être effectuées; si $N > M$, il faut créer N-M pilots fictifs qui sont, en réalité, des réservistes. Si $M \geqslant N$, on ne crée pas de rotations fictives. La matrice des coûts est donc rectangulaire.

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} C_{ij} X_{ij}$$

s.à

$$\sum_{j=1}^{N} X_{ij} = 1 \qquad i = 1, \ldots, M \qquad \text{(a)}$$

(P4)

$$\sum_{i=1}^{M} X_{ij} = 1 \qquad j = 1, \ldots, N \qquad \text{(b)}$$

où

C_{ij} = coût d'affecter la rotation j au pilote i

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si le pilote } i \text{ est assigné à la rotation } j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Ce problème, pour lequel la méthode hongroise serait coûteuse, possède une structure particulière qui favorise la formulation sous la forme d'un problème de flot à coût linéaire minimum dont les méthodes de résolution sont très efficaces.

2.2.2 Formulation comme un problème de flot à coût minimum linéaire dans un réseau

Cette formulation est présentée par le réseau de la figure 1. Dans notre cas, la première colonne de noeuds représente les pilotes et la deuxième, les rotations. La super-source représente le départ de la base et le super-puits, l'arrivée à la base, puisque les rotations débutent et finissent à ce lieu. La source est reliée aux pilotes et le puits aux rotations. Alors le problème d'affectation posé revient à trouver à travers le réseau le flot de valeur égale au nombre de rotations qui minimise le coût total. La solution sera constituée par les flots positifs (c'est-à-dire 1) des arcs entre les noeuds pilotes et rotations. La méthode de résolution prévue étant la méthode Out-of-Kilter, il faut ajouter au réseau un arc orienté du puits à la source comme nous le verrons plus tard. Le réseau obtenu est présenté à la figure 4.

2.2.3 Détermination des coûts

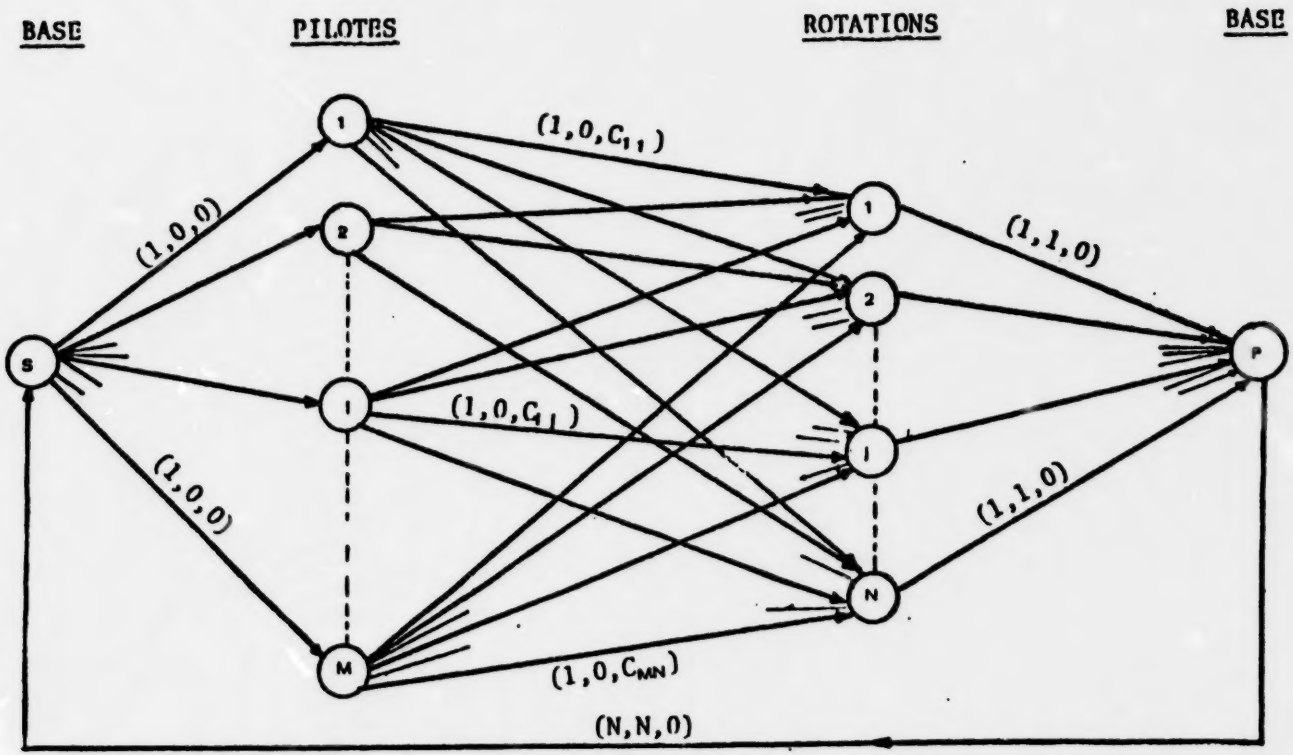
Dans la plupart des compagnies aériennes (Air Canada, Air France par exemple), les pilotes sont payés sur une base horaire (heure de vol créditée des rotations) avec un taux qui tient compte de plusieurs éléments (8). Etant donné que les rotations sont pré-établies d'une part et que nous voulons satisfaire les pilotes et les compagnies d'autre part, nous suggérons une structure de coût, représentant la pénalité d'affecter

(u, ℓ, c) →

u = capacité supérieure

ℓ = capacité inférieure

c = coût



N = nombre de rotations

M = nombre de pilotes

FIGURE 4 - Réseau augmenté du problème d'affectation

un pilote i à une rotation j, qui tienne compte non seulement des heures de vol créditées des rotations (T_{ij}) mais aussi de l'ancienneté (A_i) et des préférences (P_{ij}) des pilotes i pour les rotations j. La fonction-objectif devient une fonction de pénalisation dont les éléments de coût sont la somme des quantités de ces trois facteurs jaugés par des pondérations permettant de fixer l'importance de ceux-ci les uns par rapport aux autres. Pour un pilote i et une rotation j, cette pénalité C_{ij} s'exprime comme suit:

$$C_{ij} = \omega_1 A_i + \omega_2 P_{ij} + \omega_3 T_{ij} \quad \text{avec} \sum_{r=1}^{3} \omega_r = 1 \ , \omega_c \geq 0$$

alors

$$Z = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} C_{ij} X_{ij}$$

$$= \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} (\omega_1 A_i + \omega_2 P_{ij} + \omega_3 T_{ij}) X_{ij}$$

2.2.3.1 Coût-pénalité lié à l'ancienneté

En général, les compagnies d'aviation quantifient l'ancienneté des pilotes par des nombres croissants ou décroissants. Dans un cas, les pilotes les plus anciens ont les nombres les plus petits et dans l'autre cas, ils ont les grands nombres. Le coût pénalité lié à l'ancienneté est égal au nombre représentant l'ancienneté ou à son opposé selon l'un ou l'autre cas car il s'agit d'un problème de minimisation. Si l'ancienneté est quantifiée autrement, il faut établir une échelle d'équivalence. Dans le cas du réseau DC-9 d'Air Canada, c'est le premier cas qui prévaut. Voici

un exemple:

Pour M pilotes, $a = (a_1, a_2, \ldots, a_i, \ldots, a_m)$

où

a_i = ancienneté du pilote i, $i = 1, \ldots, M$

Cas 1

$a_1 \leq a_2 \leq \ldots \leq a_i \leq \ldots \leq a_M$

$A_i = a_i$

Cas 2

$a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_i \geq \ldots \geq a_M$

$A_i = -a_i$

avec A_i = coût pénalité lié à l'ancienneté du pilote i.

2.2.3.2 Coût-pénalité lié à la préférence

Les pilotes expriment, par mois, leurs préférences qui indiquent, sur une échelle de 1 à 99, le degré de désir pour chaque rotation. Le coût-pénalité est déterminé par la différence entre le degré et une valeur d'indifférence, soit 50. Si d est le degré de désir du pilote i pour la rotation j et P_{ij} le coût équivalent, alors,

$$P_{ij} = d_{ij} - 50 \qquad i = 1, \ldots, M; \quad j = 1, \ldots, N$$

Cela représente un changement d'échelle qui assure un coût de 0 pour l'indifférence. Voici un exemple:

DEGRE (d)	COUT (P)	EXPLICATION
1	-49	très désiré
.		
.		
.		
10	-40	désirable
.		
.		
.		
49	- 1	peu désiré
50	0	indifférence
.		
.		
.		
60	+10	
.		indésirable
.		
.		
99	+49	

2.2.3.3 Coût-pénalité lié au temps de vol crédité

Chaque rotation d'avion est caractérisée par son temps de vol crédité. Le temps de vol cumulé par mois par chaque pilote est la somme des temps de vol crédités des rotations qui lui sont assignées. La disponibilité de chaque pilote, en un jour donné, est fonction de son affectation antérieure (durée de service de la rotation, le temps minimum de repos physiologique accordé entre deux rotations consécutives ou les activités de simulation ou les vacances annuelles). De plus il y a une limite sur les heures de vol créditées cumulées par pilote par mois. Il est donc nécessaire de repartir, tout au long du mois, la charge de travail en termes de temps de vol pour chaque pilote. Autrement dit, il faut déterminer à cha[illegible]e jour, la quantité du temps de vol qui revient à chaque pilote disponible, étant donné son affectation

antérieure. On calcule pour cela la charge idéale cumulative et la charge réelle cumulative du pilote. Le coût d'affectation T_{ij} du pilote i à la rotation j est mesuré par la racine-carrée de la somme des carrées des différences successives entre ces deux types de charges du jour fixe à la fin du mois. L'idée de base de cette technique de calcul du coût pénalité provient du modèle Nicoletti d'Alitalia (15) que nous avons présenté à la section 1.4.4.1. Pour illustrer cette technique, supposons qu'en un jour fixe X_0, l'affectation du pilote i à la rotation j lui occasionne une charge réelle cumulative Z_0 et une charge idéale cumulative de Y_0 comme le montre la figure 5.

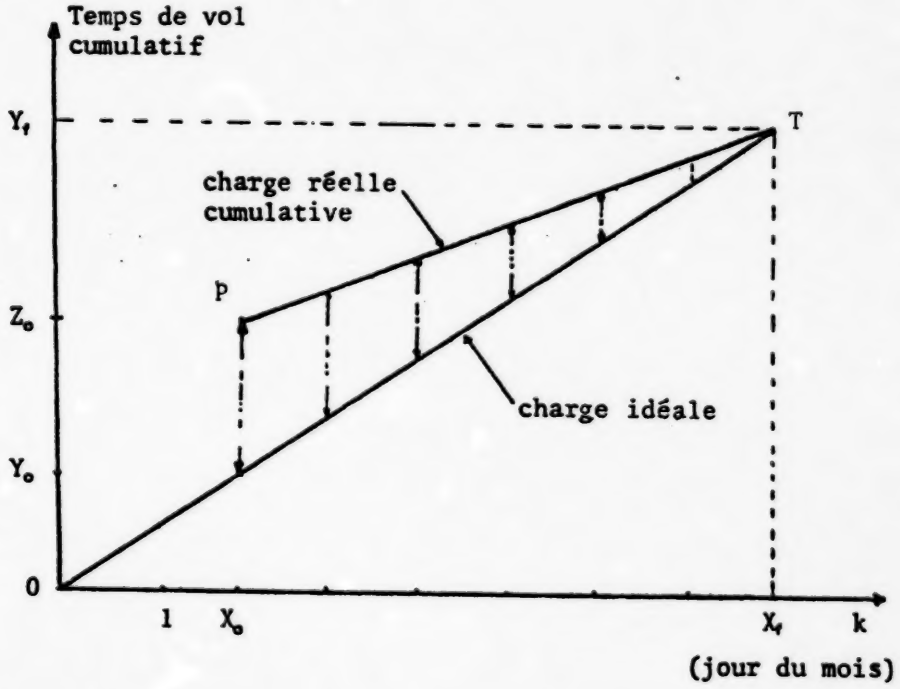


FIGURE 5 - Base de calcul du coût-pénalité lié au temps de vol

Ici:

X_f = dernier jour du mois de travail

Y_f = temps de vol maximum permis par pilote

k = jour du mois

$Y = f(k)$: droite de la charge idéale cumulative (quota) (OT)

$Z = g(k)$: droite de pénalité (PT) engendrée par la charge réelle cumulée du pilote

Alors le coût-pénalité s'exprime comme suit:

$$T_{ij} = [\sum_{k=X_0}^{X_f} (Y - Z)^2]^{1/2}$$

où

$Y = f(k) = (Y_f/X_f)k$

$Z = g(k)$

Déterminons l'équation de la droite PT,

$$Z = g(k) = ak + b$$

$$k = X_0 \Rightarrow Z = Z_0 \quad \text{et} \quad k = X_f \Rightarrow Z = Y_f$$

$$\left.\begin{aligned} aX_f + b &= Y_f \\ aX_0 + b &= Z_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a = (Y_f - Z_0)/(X_f - X_0)$$

et $b = Y_f - aX_f = Y_f - X_f(Y_f - Z_0)/(X_f - X_0), \quad X_f \neq X_0$

$b = (X_f Z_0 - Y_f X_0)/(X_f - X_0)$

d'où $Z = g(k) = [k(Y_f - Z_0) + X_f Z_0 - Y_f X_0]/(X_f - X_0)$

et

$$T_{ij} = \left[\sum_{k=X_0}^{X_f} \left[k(Y_f / X_f) - k(Y_f - Z_0) + X_f Z_0 - Y_f X_0 \right] / (X_f - X_0)]^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

avec

$$Z_0 = \begin{array}{l}\text{Temps de vol crédité que le pilote i accumulerait si la rotation j lui était affectée au jour k}\end{array} = \left(\begin{array}{l}\text{Temps de vol cumulé jusqu'au jour k - 1}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{l}\text{Temps de vol crédité de la rotation j choisie au jour k}\end{array}\right)$$

Le point (X_0, Z_0) peut se trouver, selon les affectations antérieures, au-dessus ou en dessous du point (X_0, Y_0). Cela veut dire que le temps de vol Z_0 que cumulerait le pilote i après son affectation à la rotation j dépasse ou est inférieur au quota prévu. Dans l'un ou l'autre cas, cette affectation n'est pas souhaitable; donc le coût T_{ij} est symétrique par rapport à la ligne (OT). Cette technique qui tient compte de l'effet des affectations antérieures et actuelles et de leurs conséquences futures, permet de mieux répartir le travail de chaque pilote.

Le calcul des coûts d'affectation des pilotes aux rotations est déterminante car la solution au problème en dépend. La structure de coût proposée est simple et offre la possibilité de trouver des solutions satisfaisant les points de vue des pilotes et de la compagnie. Elle permet d'affecter, pour un jour fixe, les pilotes disponibles dont le nombre d'heures cumulées est insuffisant.

2.3 METHODE DE RESOLUTION DU PROBLEME D'AFFECTATION

Le problème d'affectation est formulé comme un problème de flot à coût minimum linéaire dans un réseau dont il existe plusieurs méthodes efficaces de résolution comme la méthode Simplexe adaptée aux réseaux (17) et la méthode Out-of-Kilter. Cette dernière a été utilisée avec satisfaction à cause de sa flexibilité et de sa rapidité d'exécution dans les méthodes heuristiques antérieures développées par quelques compagnies. En considération de ces aspects et des raisons invoquées dans (15, 18), nous adoptons cette méthode, la méthode Out-of-Kilter. Cet algorithme, du type primal-dual, pour la résolution du problème général de flot à coût minimum dans un réseau est bien connu. Pour les détails de son fonctionnement, voir par exemple (16).

2.4 ALGORITHME DE RESOLUTION

Nous avons vu que le problème posé consiste à affecter toutes les rotations établies mensuellement aux pilotes. Le nombre de rotations est fixe. Elles débutent à des jours précis avec des fréquences hebdomadaires variables. Chaque jour de travail constitue donc un tout en soi. Ainsi la méthode de constitution des horaires que nous proposons va suivre deux étapes:

- affecter successivement à chaque jour, les pilotes disponibles aux rotations qui débutent en ce jour;
- établir les horaires individuels des pilotes à partir des affectations quotidiennes successives obtenues.

Le problème est donc décomposé en n sous-problèmes d'affectation (n étant le nombre de jours du mois considéré). La taille du problème est réduite considérablement. Cette méthode optimise localement. Donc la solution globale trouvée ne sera pas forcément le minimum global du problème. Il y a risque alors de déviation de la solution optimale globale. Mais notre but est d'offrir aux compagnies aériennes, une bonne solution de départ. C'est ce qu'assure cette méthode heuristique de sous-optimisation dont nous allons exposer le processus de fonctionnement.

2.4.1 Analyse foncionnelle

Les compagnies aériennes disposent des fichiers permanents qui contiennent les rotations et les pilotes avec toutes les informations nécessaires sur les différents facteurs qui les caractérisent. Ces fichiers constituent donc des données à notre système en plus du fichier des préférences qui se crée à chaque mois. Le système de création des blocs de rotations pour un mois donné comprend quatre parties représentées par les modules suivants:

1. *LECTURE:* Lecture des données contenues sur les trois fichiers cités;
2. *PRETRAITEMENT:* Traitement préliminaire des données;
3. *NETFLO:* Formulation et résolution des sous-problèmes d'affectation quotidienne;
4. *RESULTAT:* Impression de la solution des sous-problèmes d'affectation.

Ce qui donne la structure fonctionnelle présentée à la figure 6. A noter que l'ordre d'exécution de ces modules se fait de la gauche vers la droite selon la convention des systèmes hiérarchisés.

2.4.1.1 Module LECTURE

Ce module lit d'abord les fichiers des pilotes et des rotations avec uniquement les informations utiles à notre programme; ensuite il lit le fichier des préférences. La description détaillée de ces trois fichiers (ordre des variables qu'ils contiennent, format de lecture) est donnée au paragraphe 3.2.

2.4.1.2 Module PRETRAITEMENT

Ce module établit d'abord les dates-calendrier correspondant aux différents jours du mois de travail donné, ensuite calcule les coûts-pénalité liés à l'ancienneté et aux préférences et initialise les calendriers de travail des pilotes.

2.4.1.3 Module NETFLO

Le module NETFLO résoud le sous-problème d'affectation quotidienne par la méthode Out-of-Kilter. NETFLO fait, d'abord, appel aux modules ROTAT et PILOTE qui procurent les informations utiles à la formulation du problème, puis à RESO qui crée le réseau correspondant de flot à coût minimum.

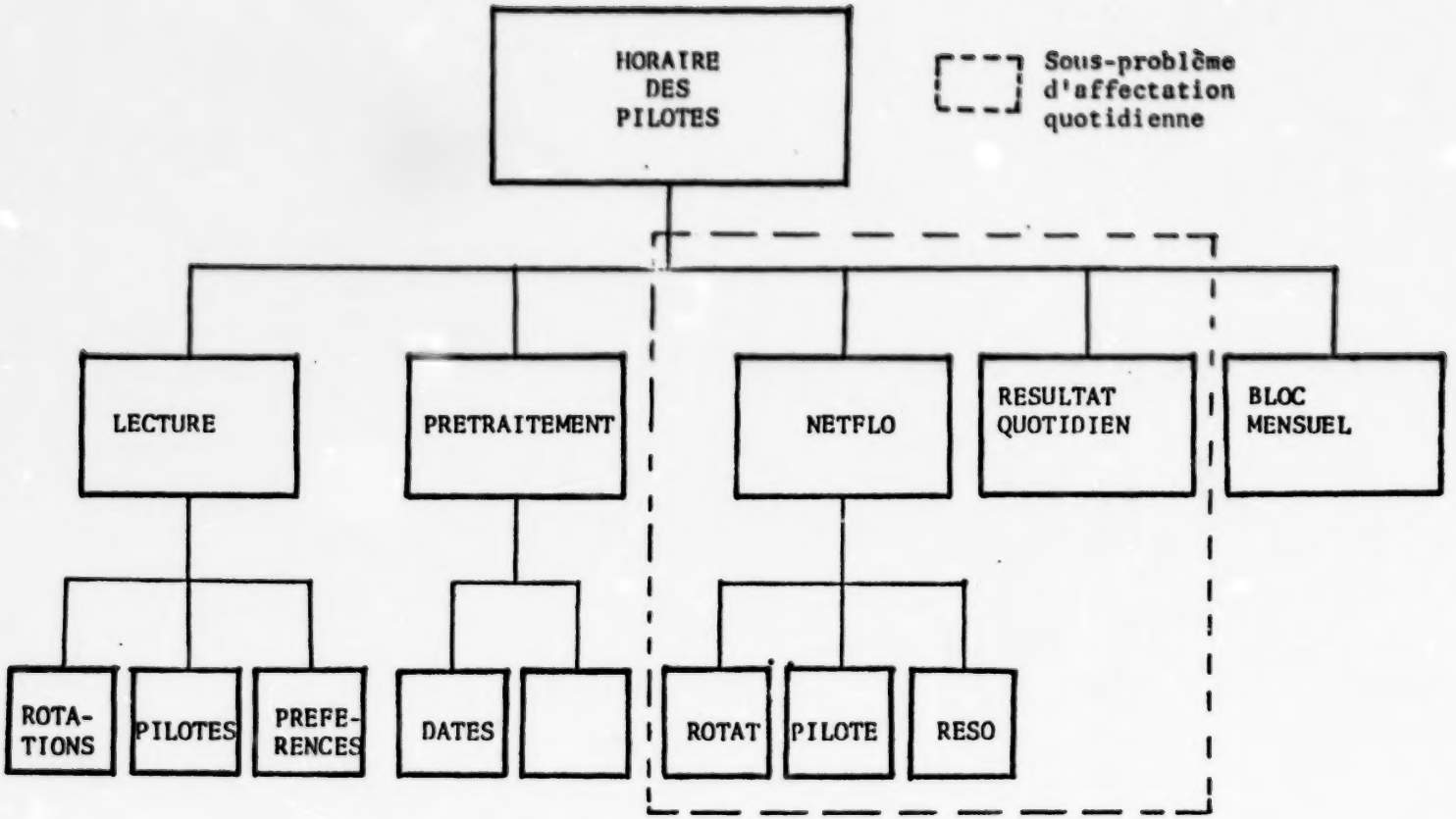


FIGURE 6 - Analyse fonctionnelle du système de construction des horaires

2.4.1.3.a Module ROTAT

Pour chaque jour du mois donné, ROTAT sélectionne les rotations disponibles, c'est-à-dire les rotations qui commencent en ce jour. Ce sont, en fait, les rotations dont le jour de semaine du départ coincide avec le jour de semaine du jour donné. ROTAT crée le fichier de ces rotations où sont inscrits leur numéro, temps de vol crédité et les dates des jours où elles finissent, ainsi que les coûts-pénalité liés aux préférences des pilotes pour ces rotations. Si en un jour quelconque, il n'y a pas de rotations disponibles, le programme passe directement au jour suivant.

2.4.1.3.b Module PILOTE

Ce module sélectionne d'abord les pilotes disponibles au jour fixé. Ces pilotes sont ceux qui ne sont pas en vacances, ni en exercice de simulation et dont le temps de vol cumulé jusqu'à date et à l'affectation présente ne dépasse pas le temps de vol crédité maximum. Les pilotes disponibles sont inscrits sur un fichier avec leur nom, numéro-matricule et ancienneté. Ensuite PILOTE détermine le coût-pénalité lié au temps de vol ainsi que le coût total de l'affectation possible des pilotes disponibles aux rotations disponibles.

2.4.1.3.c Module RESO

Ce module crée le réseau de flot à coût minimum correspondant au problème d'affectation quotidienne. Les ensembles des noeuds pilotes

et rotations sont constitués respectivement par les pilotes et les rotations disponibles placés dans l'ordre tel que sélectionnés par les modules ROTAT et PILOTE. Les arcs sont, successivement, numérotés du noeud super-source à chaque noeud-pilote, de chaque noeud-pilote aux noeuds-rotations et de chaque noeud-rotation au noeud super-puits, le dernier arc étant l'arc de retour orienté du super-puits à la super-source. Chaque arc est représenté par ses noeuds initial et terminal, ses capacités supérieure et inférieure et son coût. S'il y a lieu, on crée des noeuds-pilotes fictifs identifiés (nom, numéro-matricule) d'une façon spéciale et qui représentent en fait des pilotes réservistes.

Ces trois modules contenus dans NETFLO sont présentés dans le programme dans l'ordre que nous venons d'exposer.

2.4.1.4 Module RESULTAT

Ce module imprime les résultats des affectations quotidiennes et des blocs mensuels. C'est ici qu'on met à jour la disponibilité des pilotes et le temps de vol cumulés des pilotes après chaque affectation quotidienne. Une description plus détaillée est donnée au paragraphe 3.3.

2.4.2 Analyse organique

Le programme du système de constitution des horaires individuels des pilotes est écrit en langage FORTRAN. Ce programme comprend une sous-routine principale NETFLO (qui est, en fait, l'exécution de l'algorithme Out-of-Kilter) qui commande, dans l'ordre d'exécution, des sous-routines ou modules ROTAT, PILOTE et RESO. Le programme principal fait la lecture et

le traitement préliminaire des données par les modules LECTURE et PRE-TRAITEMENT qui constituent deux étapes consécutives. A partir de ces données, le programme construit les horaires par appel à la sous-routine NETFLO.

En d'autres termes, les modules LECTURE, PRETRAITEMENT s'exécutent une seule fois alors que la sous-routine NETFLO s'exécute autant de fois qu'il y a de jours compris dans le mois considéré.

2.5 CONCLUSION

La méthode proposée est simple. Elle présente l'avantage d'utiliser une structure qui tient compte de la politique interne de la compagnie, du syndicat des pilotes et de leur goût individuel et qui favorise une meilleur répartition du travail à effectuer. Les pondérations sur les trois éléments que comprend le coût d'affectation permettent de faire une analyse de sensibilité extensive en générant plusieurs solutions grâce aux variations de ces pondérations.

PARTIE III: EXPERIMENTATION

La mise en pratique d'un algorithme est une phase importante parce qu'elle offre l'occasion d'apprécier la validité du modèle qui le sous-tend. La méthode que nous venons d'exposer a été mise en pratique pour expérimentation sur l'ordinateur IBM 4341 du centre de calcul de l'Ecole Polytechnique. Le problème d'essai est conçu à partir des données fournies par Air Canada et qui ont servi à constituer les horaires individuels réels des pilotes (capitaines) du réseau DC-9, en juillet 1982 à la base de Montréal.

3.1 METHODE ACTUELLE DE RESOLUTION

L'établissement, à partir des rotations établies, des horaires individuels des pilotes (capitaines, premiers officiers) du réseau DC-9 d'Air Canada se fait actuellement en deux étapes dans deux services différents:

- Regroupement des rotations pour former des blocs mensuels. Cette étape s'effectue par le Service Composition et Affectations des Equipages (Crew Manning & Scheduling Department) qui construit en réalité *47 blocs complets* et 31 blocs vides dont 7 sont appelés *blocs de vacances* et les 31 autres, *blocs de réserve*.
- Affectation des blocs complets aux pilotes. Cette étape est assurée par l'Association des pilotes. Le critère d'affectation utilisé est l'ancienneté en tenant compte des préférences des pilotes. Ainsi, si deux pilotes d'ancienneté différente désirent un même bloc, alors le bloc est affecté automatiquement au pilote le plus ancien. C'est

seulement à ce stade-ci que les rotations que contiendront les blocs de vacances seront connues. En effet on remplit ces blocs avec les rotations qui doivent s'effectuer durant les vacances annuelles ou les exercices de simulation des pilotes affectés aux 47 premiers blocs construits à la première étape. Quant aux blocs de réserve, ils sont remplis au fur et à mesure au cours du mois et selon le besoin. Cela revient à dire que les pilotes qui choisissent les blocs de vacances et de réserve ne savent pas à priori les rotations qui les composent.

Les deux étapes sont accomplies manuellement. Les contraintes spécifiques du problème sont:

- Base d'opération: Montréal;
- Temps de vol crédité maximum pilotes: 75 heures;
- Période de repos physiologique entre 2 rotations: 3 jours;
- Mois: juillet (du 2 au 31 juillet inclusivement selon la convention collective);
- Nombre de pilotes (capitaines): 67;
- Nombre de rotations: 25;
- Temps de vol crédité total disponible: 3532 heures;
- Nombre moyen de départs de rotations par jour: 10;
- La répartition des heures des départs et des arrivées est montrée à la figure 7. La majorité des rotations débutent dans la matinée et finissent dans l'après-midi;
- Durée de service moyenne: 2.48 jours;
- Temps de vol crédité moyen: 12h57, écart type: 0.37.

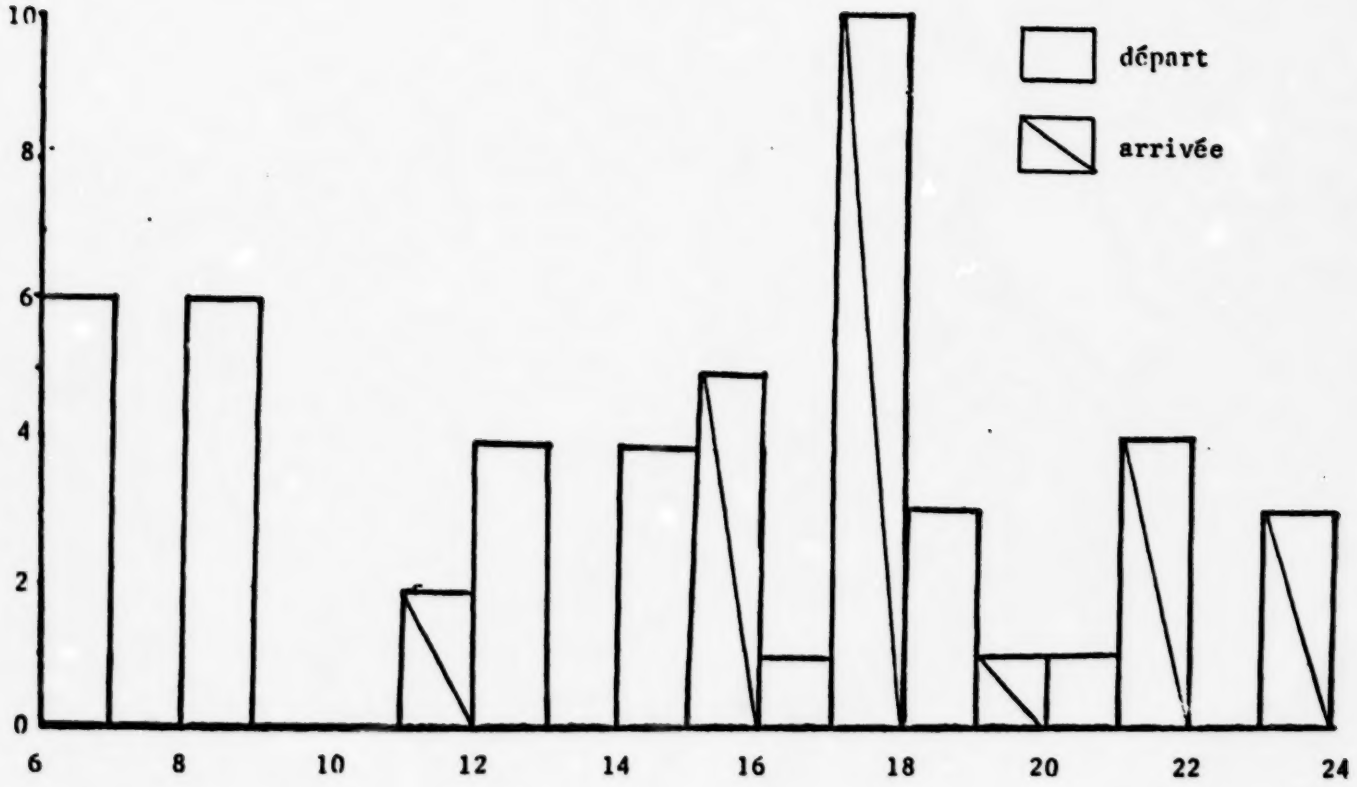


FIGURE 7 - Répartition des heures de départ et d'arrivée des rotations

3.2 LA METHODE PROPOSEE

A partir des données contenues sur les fichiers des rotations, des pilotes et des préférences, le système constitue les horaires individuels des pilotes d'une manière automatique. Ainsi le problème d'essai consiste à affecter 25 rotations à fréquences hebdomadaires différentes à 62 pilotes de façon à respecter les contraintes déjà définies et à atteindre l'objectif visé. Nous avons considéré 62 pilotes sur un total de 67 puisqu'il n'y a eu que 62 pilotes qui ont dûment spécifié leurs préférences pour les blocs de façon officielle. Puisque dans notre cas les préférences sont portées directement sur les rotations elles-mêmes, nous avons constitué le fichier des préférences en utilisant les rotations contenues dans les blocs respectifs d'après le choix des pilotes. La détermination des pondérations sur les trois éléments du coût d'affectation est très importante car elle doit permettre de concilier deux objectifs parfois conflictuels: l'ancienneté et les préférences (pour les pilotes) et le temps de vol (pour la compagnie). Il est nécessaire, afin de tester la sensibilité et la robustesse du modèle, de générer plusieurs combinaisons de valeurs de ces pondérations. En pratique la compagnie et l'Association des pilotes doivent s'entendre pour adopter une combinaison de valeurs de pondération convenable à leur deux parties.

3.2.1 Les données

3.2.1.1 Les pondérations

Les combinaisons des pondérations utilisées sont montrées au tableau 4.

TABLEAU 4 - Pondérations des éléments de coût

ω_1	1	0	0	.33	.50	.50	.40
ω_2	0	1	0	.33	.50	.25	.20
ω_3	0	0	1	.34	0	.25	.40
COMBINAISON	1	2	3	4	5	6	7

ω_1 : pondération sur l'ancienneté

ω_2 : pondération sur les préférences

ω_3 : pondération sur le temps de vol cumulé

Pour une série fixe de données sur les rotations et les pilotes, chaque combinaison engendre une solution différente. En fait la pondération ω_3 permet de répartir le temps de vol cumulé, (la charge individuelle de travail) sur tout le long du mois. Dans les combinaisons 1, 2, 3 on tient respectivement compte uniquement de l'ancienneté, des préférences et du temps de vol cumulé. La combinaison 4 accorde à peu près la même importance aux trois éléments du coût alors que dans la combinaison 6 l'ancienneté est considérée deux fois plus importante que les préférences et le temps de vol cumulé. La combinaison 5 se rapproche le plus du critère actuel utilisé à Air Canada où les préférences sont plûtot portées sur les blocs déjà construits. Dans la combinaison 7, l'ancienneté et le temps de vol sont deux fois plus importants que les préférences.

3.2.1.2 Fichier des rotations

Chaque rotation est, dans l'ordre, donnée par son numéro, son temps de vol crédité en minutes, sa durée de service en jours et les jours de semaine de départs possibles. Ces jours sont lus par une variable logique: vrai (T) si la rotation débute le jour donné ou faux (F) sinon. Le tableau 5 montre un exemple de ce fichier.

TABLEAU 5 - Exemple du contenu du fichier de rotations

NUMERO	TEMPS DE VOL (minutes)	DUREE DE SERVICE (jours)	JOUR DE DEPART						
			1	2	3	4	5	6	7
9000	1365	4	F	F	F	T	F	F	F
9004	600	2	T	T	T	T	F	F	F
9007	1631	5	T	T	F	F	F	T	T
9010	1388	4	T	T	T	T	T	F	T
9016	240	1	T	T	T	T	T	T	T

- Départ = { T si la rotation débute ce jour ; F sinon }

- Jours de semaine: 1 = lundi; ...; 7 = dimanche

Le numéro et le temps de vol sont lus respectivement par deux vecteurs avec le format I4 alors que la durée de service est lue par un vecteur avec le format I1. Dans l'exemple du tableau 5, la rotation 9000 part de Montréal à tous les jeudis pour y revenir le dimanche suivant (4 jours de service) totalisant 1365 minutes (22h45) de temps de vol crédité. La rotation 9016 part à tous les jours avec seulement 240 minutes (4h) de temps de vol crédité. Quant à la rotation 9010, elle part à tous les jours sauf le samedi.

3.2.1.3 Fichier des pilotes

Ce fichier contient la liste de tous les pilotes (capitaines) placés par ordre d'ancienneté. Chaque pilote est inscrit, comme le montre le tableau 6, avec l'adresse suivante: le nom, le numéro-matricule, l'ancienneté, les dates des vacances annuelles (début et fin), les dates des exercices de simulation (début et fin) et la date de disponibilité.

TABLEAU 6 - Exemple du contenu du fichier des pilotes

NOM	NUMERO DE MATRICULE	ANCIENNETE	VACANCES		SIMULATION		DISPONIBILITE (DATE)
			DEBUT	FIN	DEBUT	FIN	
GALE PC	33029	0070.0	02	30	00	00	02
GUAY JF	37912	0401.0	00	00	00	00	02
MC QUEEN Jr.	63042	0578.0	24	31	00	00	06
GRAHAM	36562	0756.0	31	31	00	00	02

Chaque élément, autre que le nom, contenu dans l'adresse du pilote est lu par une variable avec respectivement les formats I5, F6.1, 5I2. Le nom est lu par 4 variables LOGICAL*4. Au tableau 6, on voit par exemple que le capitaine Gale est le plus ancien et est en vacances durant le mois sauf le dernier jour. Le capitaine Graham, lui est en vacances le dernier jour du mois. Probablement ses vacances se poursuivent au mois suivant, soit août. Tous les pilotes sont disponibles le premier jour du mois soit le 2 juillet, sauf le capitaine McQueen qui ne l'est que le 6 juillet probablement à cause de son affectation antérieure (juin) qui recouvre les quatre premiers jours du mois de juillet. Il est à remarquer que les dates des exercices de simulation ne sont pas connues. On peut utiliser les vecteurs qui lisent les dates de vacances annuelles ou d'exercice de simulation pour indiquer, s'il y a lieu, les dates de congés de maladie ou autres (selon le désir du pilote).

3.2.1.4 Fichier des préférences

Ce fichier contient la liste des préférences des pilotes pour les rotations. Ces préférences portent directement sur les rotations. Chaque ligne, comme le montre l'exemple suivant (tableau 7), donne les degrés des préférences d'un pilote pour les rotations dans l'ordre tel qu'établi dans les fichiers des pilotes et des rotations. Ainsi, pour chaque pilote, il y a 25 nombres lus avec le format I2.

TABLEAU 7 - Exemple de contenu du fichier des préférences

i \ j														
1	90	50	50	90	90	50	50	50	50	50	10	50	50	50
	70	50	50	50	50	50	50	05	50	80	90			
2	50	50	10	05	20	50	50	45	50	50	50	50	50	50
	45	05	50	50	50	45	50	05	05	10	30			
3	05	30	20	50	40	25	05	05	50	50	50	40	50	60
	80	80	60	70	05	80	80	80	70	05				

d_{ij} = degré de désir du pilote i pour la rotation j.

i = 1, 2, 3

j = 1, ..., 25

On remarque dans l'exemple que le pilote numéro 3 désire fortement la première et la dernière rotation (9001 et 9025) alors que le pilote numéro 1 ne les désire pas du tout.

Pour constituer le fichier des préférences de notre problème, nous avons accordé le degré d'indifférence (50) à toutes les rotations non comprises dans les blocs choisis par chaque pilote selon la méthode actuelle.

3.2.2 Les résultats

La mise en pratique d'un algorithme requiert toujours quelques ajustements. Nous avons concentré notre attention à l'obtention

d'une solution mais il faut attendre la mise en application de la méthode dans un contexte réel pour parler effectivement d'optimisation. Néanmoins, les résultats obtenus constituent au moins une bonne solution de départ. Les résultats sont présentés de manière à faciliter l'utilisation par les pilotes et la compagnie. D'abord, l'horaire quotidien ou l'affectation quotidienne permet à la compagnie de suivre globalement le déroulement des activités. Ensuite, l'horaire individuel mensuel ou bloc mensuel fournit le calendrier des activités de chaque pilote.

3.2.2.1 L'horaire global quotidien

Il s'agit des résultats (solution) de l'affectation quotidienne. Il fournit, comme le montre le tableau 8, la liste des pilotes qui entrent en activités en un jour fixe, les rotations qu'ils ont à effectuer avec respectivement leur temps de vol crédité et leur date de fin de service ainsi que le temps de vol cumulé par chaque pilote. Les temps de vol crédités sont en heures. On remarque que la compagnie doit pour cette dernière journée de travail du mois de juillet , engager cinq pilotes réservistes pour couvrir toutes les dix rotations disponibles. Puisque la liste des pilotes réservistes est connue, l'affectation se fera immédiatement à la main d'après leur ancienneté et leurs préférences.

TABLEAU 8 - Exemple de solution de l'affectation quotidienne

AFFECTATION DE LA PERIODE 4 EN DATE DU 5 JOUR 1

Nombre de pilotes = 28
Nombre de rotations = 10
Nombre de noeuds = 40
Nombre d'arcs = 319

	ROTATION				
	MATRICULE	NUMERO	TEMPS CREDITE	FIN	T. CUMULE
VERRIER, M J	92687	9024	4.10	5	8.20
STRONG, J T	87880	9004	10.00	6	10.00
ROBINSON, W W	77768	9010	23.08	8	23.08
HERON, K S	42516	9022	8.07	6	8.07
CHAPMAN, C E	15315	9007	27.11	9	27.11
VAN BLOCKLAND, A	92105	9016	4.00	5	4.00
WILLIAMS, R D	97407	9025	16.24	7	16.24
GILBERT, J R	34611	9014	4.00	6	4.00
LAWSON, G B	54422	9019	16.07	6	16.07
MOORHOUSE, J C	65605	9015	8.58	6	8.58

période i = le $i^{ième}$ journée de travail du mois

date j = la date calendrier j

jour k = le $k^{ième}$ jour de la semaine (1 = lundi)

3.2.2.2 L'horaire individuel mensuel

L'horaire individuel regroupe toutes les rotations affectées à un pilote donné. C'est un calendrier de travail où les rotations, que doit effectuer chaque pilote, sont inscrites avec leur numéro, le temps de vol crédité, le jour de semaine de départ (lundi, mardi, ... etc.), les dates de départ et de fin de service, et le temps de vol cumulé par le pilote à chaque affectation. La dernière colonne indique le i-ième jour de travail. Le pilote est identifié par son nom et son numéro matricule. Le tableau 9 montre un exemple.

TABLEAU 9 - Exemple d'un bloc mensuel (obtenu avec la combinaison de paramètres (0.33, 0.33, 0.34)

NOM	MATRICULE	ROTATION	TEMPS (HEURE)	JOUR	DEPART (DATE)	FIN (DATE)	TEMPS CUMULE (HEURE)	PERIODE
TILLARD R L	90230	9025	16.24	6	3	5	16.24	2
		9004	10.00	4	8	9	26.24	7
		9025	16.24	1	12	14	42.48	11
		9024	4.10	7	18	18	46.58	17
		9014	4.00	3	21	22	50.58	20
		9015	8.58	3	28	29	59.56	27

Dans l'exemple, le Capitaine Tillard entre en activité le samedi 3 juillet, soit le 2e jour de travail.

Il doit effectuer la rotation 9025 qui se termine le 5 juillet. Il reprend le jeudi 8 juillet avec la rotation 9004 et ainsi de suite

jusqu'a la dernière rotation, 9015, le mercredi 28 juillet, accumulant ainsi 59 heures 56 minutes de temps de vol crédité.

3.2.3 Test de l'algorithme sur ordinateur

L'expérimentation de l'algorithme s'est faite sur l'ordinateur IBM 4341-L01 du centre du calcul de l'Ecole Polytechnique de Montréal. Le problème à résoudre consiste à constituer l'horaire de 62 pilotes (capitaines) à partir de 25 rotations déjà établies. Avec les combinaisons des pondérations des éléments de coût déjà présentées, l'algorithme assure, dans tous les cas, que toutes les rotations sont couvertes. La taille des réseaux d'affectation quotidienne varie entre 649 et 121 arcs. Les durées d'exécution dans les pires des cas (toutes les trois pondérations non nulles) sont données dans le tableau 10.

TABLEAU 10 - Durée d'exécution du programme

COMBINAISON	DURRE D'EXECUTION
(.50, .50, .00)	0 mn 44.7 s
(.33, .33, .34)	1 mn 09.39 s
(.50, .25, .25)	1 mn 09.23 s
(.40, .20, .40)	1 mn 06.85 s

(ω1, ω2, ω3)

ω1 → ancienneté

ω2 → préférence

ω3 → temps de vol

D'une manière générale, la solution obtenue suit l'ancienneté et les préférences des pilotes. Aussi la répartition de la charge de travail se fait assez bien comme le montre la figure 8 où on compare

les résultats obtenus avec les combinaisons (0.5, 0.25, 0.25) et (0.40, 0.20, 0.40). En effet la majorité des pilotes ont des affectations qui couvrent assez bien le mois, si on considère que ces affectations débutent dans la première semaine du mois. La distribution des heures de vol (fig. 9), dans les deux cas, est à peu près équivalente sauf que les heures attribuées aux pilotes réservistes sont différentes (133h33mn et 192h4mn respectivement).

3.3 COMPARAISON DE LA METHODE PROPOSEE AVEC LA METHODE D'AIR CANADA

La comparaison des deux méthodes est difficile en ce sens qu'elles suivent deux approches différentes. En effet, la méthode actuelle crée d'abord 47 blocs à partir des rotations établies et ensuite elle affecte ces blocs aux pilotes selon leur ancienneté en tenant compte de leurs préférences. Cette méthode favorise largement les pilotes les plus anciens. La méthode proposée crée directement les blocs individuels à partir des rotations établies en tenant compte de l'ancienneté, des préférences et du temps de vol cumulé. Les préférences ainsi exprimées ne s'équivalent pas car dans un cas elles sont portées sur des blocs construits dont on connaît le temps de vol cumulé alors que dans l'autre elles sont portées sur des rotations qu'on va regrouper pour former des blocs individuels. De plus, pour l'expérimentation, les préférences ont été simulées à partir des préférences utilisées par la méthode actuelle. Nous avons choisi pour la comparaison la combinaison de pondérations (0.5, 0.5, .0) qui se rapproche le plus du cas actuel. Le critère de comparaison est la distribution des heures

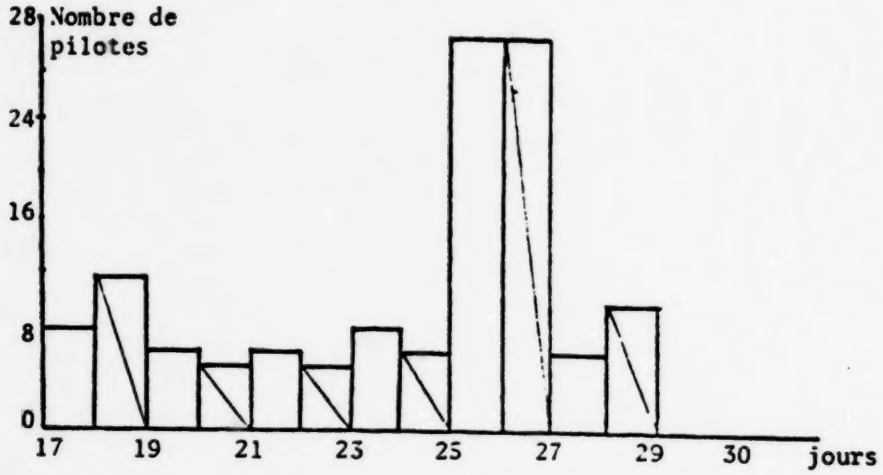


FIGURE 8 - Etendue en jours de la charge de travail

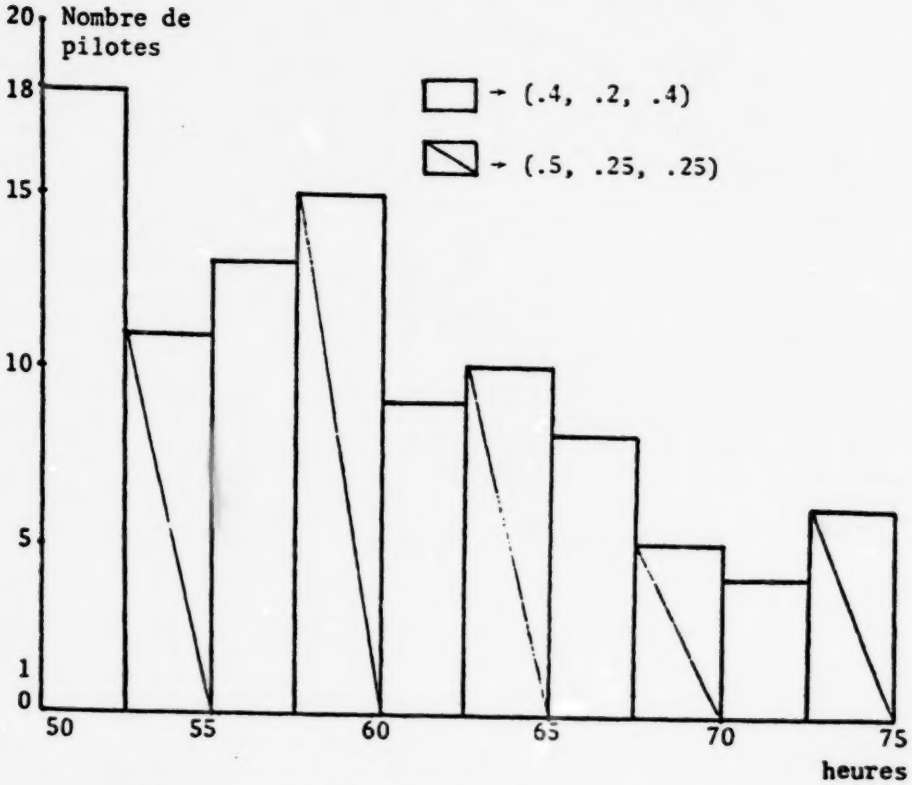


FIGURE 9 - Distribution des heures de vol

de vols créditées (fig. 10). Sur 3532 heures de vol créditées, la méthode actuelle attribue, en moyenne, 56h58mn par pilote avec un écart type de 19h30mn. La méthode proposée attribue en moyenne 52h09mn par pilote avec un écart type de 14h48mn. La quantité de travail attribuée aux pilotes de réserve représente 299h3mn soit 8,4% de la quantité totale disponible. Cette quantité de travail n'est pas connue dans le cas de la méthode actuelle qui a attribué, à plus de la moitié des pilotes, des blocs dont les heures de vols créditées sont meilleures (entre 70 et 75 heures). En fait la méthode actuelle crée les blocs pour seulement 47 pilotes au lieu de 62 pilotes.

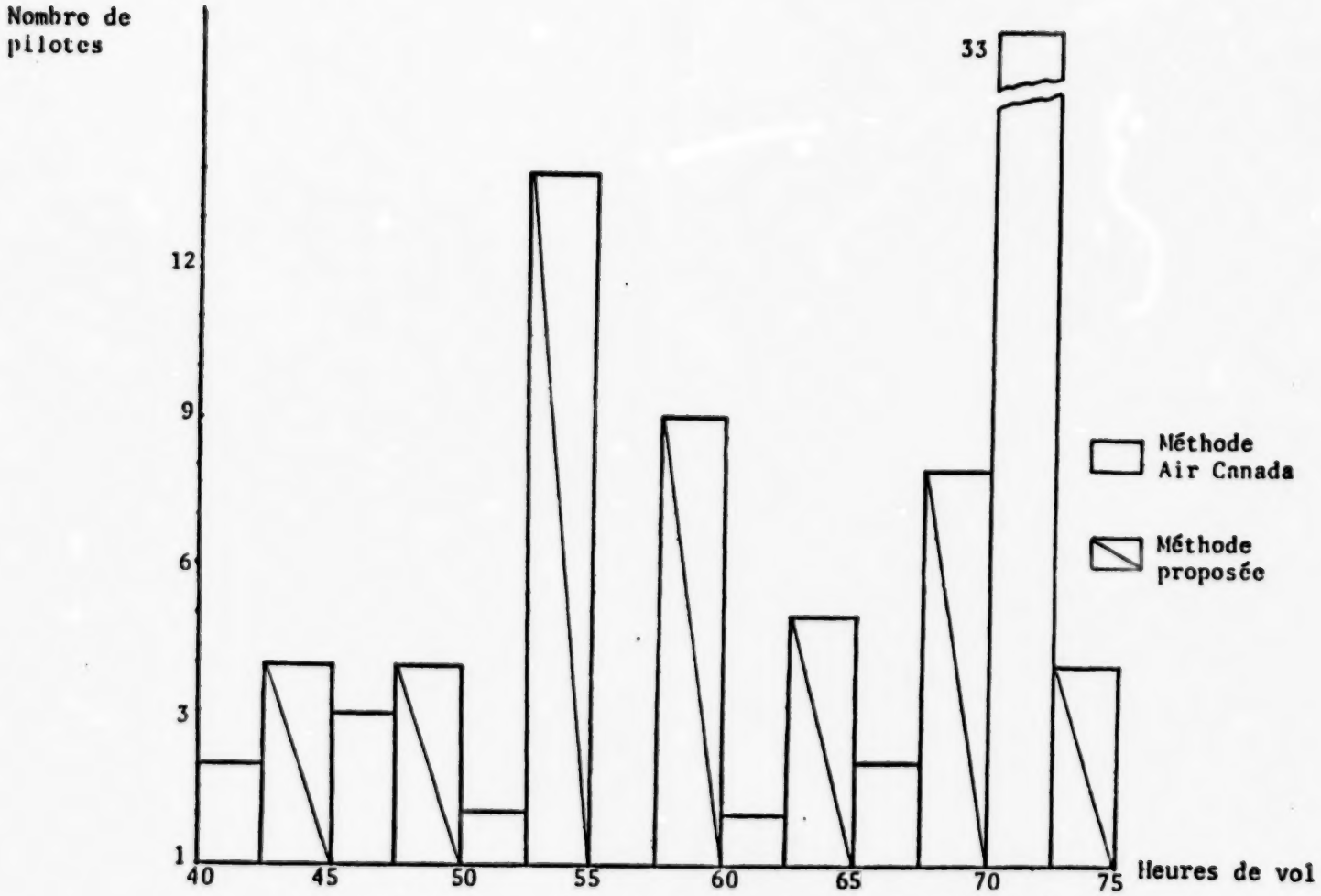


FIGURE 10 - Comparaison de la distribution des heures de vol
Méthode proposée - vs - méthode Air Canada

CONCLUSION

Nous avons mis au point une méthode automatique de construction des horaires individuels des pilotes à partir des rotations. Le mérite de cet algorithme est d'essayer de rapprocher objectivement les points de vue des deux parties (les pilotes et la compagnie aérienne) en utilisant une structure de coût basée sur l'ancienneté, les préférences et le temps de vol cumulé des pilotes. L'utilisation de la méthode Out-of-Kilter s'est avérée très efficace; la durée d'exécution observée est de 1mn8s en moyenne pour notre problème (62 pilotes, 25 rotations).

Cette méthode heuristique n'est certes par parfaite et il faudrait poursuivre les tests avec des problèmes de tailles différentes et des préférences réellement établies par des pilotes pour vérifier la validité du modèle. La structure de coût pourrait être améliorée pour tenir compte de la durée de service de chaque rotation. On pourrait tenir compte directement de ce temps dans le calcul de la mise en disponibilité des pilotes. Par exemple, si une rotation qui part à tous les jours et dont le temps de vol crédité est court comme la rotation 9016 (4 heures de vol créditées), est affectée à un pilote, il faudrait alors trouver un moyen adéquat pour permettre à ce pilote d'être disponible au jour suivant, dépendamment de ses heures de vol créditées cumulées. On pourrait utiliser le repos minimum (en jour) entre deux rotations consécutives comme une variable de contrôle. Une autre améliora-

tion possible serait de tenir compte des heures de fin de service des rotations dans le calcul de la mise en disponibilité. De plus, les programmes peuvent certainement être améliorés pour augmenter l'efficacité générale de l'algorithme.

Cet algorithme doit être considéré comme un schéma général auquel on peut incorporer des techniques d'améliorations successives pour améliorer la solution. Néanmoins nous croyons que cette méthode pourra servir à d'autres compagnies et nous espérons qu'elle trouvera l'occasion d'être mise en application dans un contexte réel. Etant donné la stratégie de résolution adoptée et l'utilisation de la méthode Out-of-Kilter pour résoudre les sous-problèmes d'affecter, nous pouvons conclure que la méthode proposée permet de trouver une bonne solution de qualité à ce problème multicritère.

BIBLIOGRAPHIE

(1) ANTOSIK, J.L., "Automatic Monthly Crew Assignment: A New Approach", 18th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, Sept. 1978, Vancouver, Canada: 369-402.

(2) ARABEYRE, J., FEARNLEY, J., STEIGER, F., TEATHER, W., "The Airline Crew Scheduling Problem: A Survey", Transportation Science 3(2), May 1969: 140-163.

(3) BAKER, E., BODIN, L., FISHER, M., "The Design and Implementation of a Heuristique Set Covering Based System for Air Crew Scheduling", Working Paper MS/S 80.015, Dec. 1980.

(4) BAKER, E., BODIN, L., FINNEGAN, W., PONDER, R., "Efficient Heuristic Solutions to Airline Crew Scheduling Problems", AIIE Transactions 9(2), June 1979: 79-85

(5) BUHR, J., "Four Methods for Monthly Crew Assignment, A Comparison of Efficiency", 18th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, Sept. 1978, Vancouver, Canada: 403-430.

(6) BYRNE, J.L., POTTS, R.B., "Scheduling of Toll Collectors", Transportation Science 7(3), August 1973: 224-245.

(7) CARRARESI, P., GALLO, G., "A Multilevel Bottleneck Assignment Approach to the Bus Driver's Rostering Problem", Publication #180, Centre de Recherche en Transport, Université de Montréal, 1980.

(8) CRAINIC, T.G., "Le Problème des Horaires d'Equipage d'une Compagnie d'aviation", Publication #122, Université de Montréal, Département d'Informatique et Recherche opérationnelle, 1978.

(9) FORD, L.R., FULKERSON, D.R., "Flow in Networks" Princeton University Press, 1962.

(10) Fulkerson, D.R., "The Out-of Kilter Method for Minimal Cost Flow Problems", Journal of Applied Mathematics 9(1), March 1961.

(11) MARCHETTINI, F., "Automatic Cabin Crew Rostering", 20th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, Sept. 1980, New Delhi, India: 23-59.

(12) MATHIER, E., "Mathematical Assignment Model Involving Previous Performance", 17th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, Oct. 1977, Bad Kissingen, Germany: 283-316.

(13) MAYER, M., "Monthly Computerized Crew Assignment", 20th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, Sept. 1980, New Delhi, India: 93-123.

(14) MOORE, R., EVANS, J., NGO, H., "Computerized Tailored Blocking", 18th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, Sept. 1978, Vancouver, Canada: 343-368.

(15) NICOLLETI, B., "Automatic Crew Rostering", Transportation Science 9 (1975): 33-42.

(16) PHILLIPS, D.T., GARCIA-DIAZ, A., "Fundamentals of Network Analysis", Prentice-Hall, 1981.

(17) SMITH, B.T., "Théorie des Graphes et Réseaux", Notes de cours, Ecole Polytechnique de Montréal, sept. 1982.

(18) TABOURIER, Y., "Un algorithme pour le problème d'affectation", R.A.I.R.O. 3, Nov. 1972: 3-16.

(19) TINGLEY, G.A., "The Swissair System of Assigning Rotations to Pilots by Computer", 15th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, 1975, Rotorua, New Zealand: 475-512.

(20) TINGLEY, G.A., "Still Another Solution Method for Monthly Air Crew Assignment Problem", 19th AGIFORS SYMPOSIUM PROCEEDINGS, Sept. 1979, Pugnochiuso, Italy: 144-203.

(21) WAGNER, H.M., "Principles of Operations Research", 2nd Edition, Prentice-Hall, Ing., Englewood Cliffs, 1975: 284-286.